# Valoración de opciones cuando la varianza no es constante

Revista Soluciones de Postgrado EIA, Número 13. p. 37-53. Envigado, Julio-Diciembre de 2014

Andrés Montoya López *, Alfredo Trespalacios**

* Ingeniero financiero, Universidad de Medellín (2011). Especialista en Estadística Aplicada a Mercados Financieros, Escuela de Ingeniería de Antioquia (2013). Portfolio Solutions and Investment Advisory Group (BTG Pactual Colombia). Correo electrónico: andresmontoyalopez1@gmail.com

** MSc Finanzas, Universidad EAFIT. Ingeniero Electricista, Universidad Nacional de Colombia sede Medellín. Profesional de Mercado de Energía Mayorista en EPM y catedrático en áreas de Ingeniería Financiera en la Universidad EAFIT y la Escuela de Ingeniería de Antioquia. Correo electrónico: alfredo.trespalacios@gmail.com

VALORACIÓN DE OPCIONES CUANDO LA VARIANZA NO ES CONSTANTE

Andrés Montoya López, Alfredo Trespalacios

***Resumen***

En este trabajo se realiza evaluación del valor de opciones financieras del tipo put y call europeas cuando los rendimientos del subyacente están generados por procesos del tipo ARCH y GARCH, se comparan con los resultados obtenidos por el método de Black-Scholes que asume volatilidad constante. Para esto, se recurre a simulación de Montecarlo, así como de técnicas econométricas para la estimación de parámetros. El campo de aplicación es el mercado accionario colombiano. Se encuentra que la valoración por el método de Black-Scholes subvalora el precio de las opciones.

***Palabras claves:*** valoración; opciones tipo put y call europeas; método de Black-Scholes; mercado accionario colombiano

OPTION ASSESSMENT WHEN THE VARIANCE IS NOT CONSTANT.

***Abstract***

This paper has the purpose to evaluate the valuation for put and call options when the performance of the underlying is generated by an ARCH and GARCH process, the results are compared against Black-Scholes method when the volatility is constant. For that, the Montecarlo Simulation is assumed and also some econometrics techniques for the parameters estimation. The application is focused for the Colombian stocks. The final results prove that the Black-Scholes method undervalues the option price.

***Keywords:*** valuation; European type put options and call; Black-Scholes method; Colombian stock market

PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES QUANDO A VARIÂNCIA NÃO É CONSTANTE

***Resumo***

Na avaliação do papel do valor das opções financeiras e chamada Europeia put tipo é feita quando os retornos dos processos subjacentes são gerados por ARCH e GARCH tipo são comparados com os resultados obtidos pelo método do modelo de Black-Scholes assume volatilidade constante. Para isso, recorremos a simulação de Monte Carlo e parâmetros econométricos para estimar técnicas. O campo de aplicação é o mercado de ações colombiano. Nós achamos que o método de avaliação subestima os preços das opções Black-Scholes.

***Palavras-chave:*** avaliação; Chamada de tipo europeu e opções de venda; Método Black-Scholes; Mercado de ações da Colômbia

# Valoración de opciones cuando la varianza no es constante

Andrés Montoya López, Alfredo Trespalacios

Recibido: 18 de junio de 2014. Aprobado: 13 de octubre de 2014
Revista Soluciones de Postgrado EIA, Número 13. pp. 37-53. Envigado, Julio-Diciembre de 2014

## 1. Introducción

Los derivados financieros son instrumentos financieros que han sido utilizados a lo largo de la historia para propósitos de cobertura, especulación y arbitraje. En todos los casos son negociados entre dos contrapartes, las cuales pactan su valor. Las metodologías más comunes para su valoración de acuerdo con C. Maya (2005) son los árboles binomiales, el modelo Black-Scholes y simulación montecarlo. Las dos primeras son ampliamente reconocidas, ya que son frecuentemente utilizadas dadas su facilidad y exactitud de implementación. Para el caso de la simulación montecarlo, no se tiene un uso muy extenso, sin embargo ofrece una adecuada aproximación al valor de la opción, ofreciendo la posibilidad de tener técnicas de reducción de varianza y flexibilidad del modelo, hecho que permitirá obtener precios simulados bajo una volatilidad que puede ser variable en el tiempo.

En general muchas de las aplicaciones financieras asumen en primera instancia una volatilidad constante, como es el caso de optimización de portafolios, administración del riesgo y valoración de opciones, entre otros. Sin embargo, aducir esto puede desestimar hechos que estén ocurriendo en el activo o portafolio en un momento determinado y por ende obtener resultados sesgados a la realidad actual. Según Pérez (2008), ignorar el hecho de que la varianza no es constante conduciría a obtener estimadores ineficientes. Dicho aspecto posee un impacto directo en el tratamiento de la serie, para ello han sido desarrollados múltiples metodologías que se enfocan en capturar fenómenos donde la varianza es cambiante en el tiempo. En particular, se hará énfasis en dos procesos: ARCH (p) (modelo autoregresivo condicionalmente heteroscedástico) que fue propuesto por Engle (1982) y GARCH(p,q) modelo autoregresivo generalizado condicionalmente heteroscedástico) propuesto por Bollerslev (1986).

Ahora, si se ha identificado que en el mercado la volatilidad no es constante, se plantea la inquietud de por qué los modelos clásicos de valoración de opciones (y en general de productos derivados) siguen siendo utilizados cuando asumen que la volatilidad es constante

En este trabajo se realiza la evaluación del valor de opciones financieras del tipo put y call europeas cuando los rendimientos del subyacente están generados por procesos del tipo ARCH y GARCH y se comparan con los resultados obtenidos cuando se asume volatilidad constante.

Dichas metodologías se pueden aplicar en la valoración de opciones tal como lo afirman Bakshi, Cao y Chen, quienes se encargaron de experimentar un modelo de volatilidad  y tasas de interés estocásticas, que posteriormente les llevo a concluir  que el mejoramiento más importante sobre el modelo Black-Scholes es logrado introduciendo volatilidad que no es constante o estocástica en la valoración de opciones.

Para la aplicación en el mercado accionario colombiano, se evalúan y se determinan los mejores modelos ARCH (p) y GARCH (p,q), basado en el criterio de Akaike, para un grupo de acciones cuyos parámetros sirven para alimentar un modelo de simulación de Montecarlo que genera posibles trayectorias del subyancente y bajo el supuesto de neutralidad al riesgo, encuentra el valor justo de la opción.

Posteriormente, con los mismos parámetros de la simulación pero considerando una volatilidad constante se confronta los resultados obtenidos frente al modelo Black-Scholes y se evidencia que este último subvalora el precio de la opción.

## 2. Contexto

En el ámbito internacional se encuentran múltiples autores que han estudiado el tema. Se destaca el trabajo de Duan (1995) quien realizo la valoración de opciones utilizando un modelo GARCH (1,1) y afirmando que el modelo Black-Scholes puede sobrevalorar o subvalorar (para el caso de opciones “out of the Money” este hecho siempre se presenta) el precio de una opción dependiendo del nivel de volatilidad del activo, además halló que este hecho se incrementa cuando se trata de opciones cuyo periodo al vencimiento es corto. Otro de los aspectos importantes del modelo de volatilidad condicional de Duan (1995), es que ante un incremento (disminución) se deberán tomar mayores (menores) posiciones de cobertura, lo que ayudaría a una mejor gestión del riesgo.

Para el caso latinoamericano Uribe (2007)  encontró modelos de varianza condicionada para los índices accionarios. Aunque resalta además que los niveles de volatilidad para estos mercados no es tan alto como el de mercados desarrollados.

## 3. Metodología

El análisis, se realizo con los retornos de seis acciones del mercado colombiano desde enero de 2010. Inicialmente se lleva a cabo, la parametrización de los modelos. Para ello fue necesario, la construcción e implementación de un conjunto de algoritmos que permitieron obtener los mejores modelos de volatilidad heteroscedástica. El criterio de selección de los modelos fue el AIC (*Akaike´s* (1973) *Information Criterion*).

En la primera etapa se evidenciaron varios aspectos que cabe destacar. El primero fue la evaluación de todos los activos tomando como punto de partida el modelo ARCH (p). Para dicho caso se evaluaron hasta un orden 50 y simultáneamente se contrastan todos los modelos por cada uno de los activos con base en el AIC. Como se resultado, se obtuvo que el orden más alto en los seis activos fue el orden tres. En el Anexo I, se indica que en un 75% los órdenes de las acciones del COLCAP para los modelos ARCH (p) son inferiores a 5.

Posteriormente, se hace un proceso similar para el modelo GARCH (p,q). En este se encuentran, que para los seis activos en todos los casos el mejor modelo con base en el AIC es el GARCH (1,1). Referente al COLCAP se encuentra que el 75% de las acciones perteneciente a este, siguen un modelo GARCH (1,1) (Anexo I).

Una vez son hallados los mejores modelos, se procede a determinar los parámetros de cada uno. Estos resultados sirven como variables de entrada para la Simulación Montecarlo, la cual en dicho caso creara las trayectorias de precios para cada uno de los activos, teniendo en cuenta un Movimiento Browniano Geométrico con volatilidades no constantes.

Finalmente, se halla el valor de las opciones considerando el plazo al vencimiento por Black-Scholes y se contrasta frente los resultados obtenidos mediante las simulaciones Montecarlo.

## 3.1. Agrupamiento de la volatilidad

De acuerdo con Cryer y Chan (2008) las series de los rendimientos de los activos financieros presentan agrupamiento de volatilidad (también conocido como clustering), hecho que denota la existencia de volatilidades variables en el tiempo, dicho aspecto evidencia que ante un incremento en ciertos periodos de la volatilidad se esperan en un corto plazo presencia de volatilidades altas, al igual que en periodos de bajas magnitudes de esta. Ante la utilización de los modelos ARCH y GARCH se busca poder capturar y replicar dichas tendencias en la trayectoria del proceso estocástico del activo.

En la Figura 1 se muestra (color negro) la volatilidad calculada con un GARH (1,1) para la acción del ÉXITO, mientras que la línea horizontal (color rojo) es la desviación estándar histórica. Como se puede observar y como lo menciona Pérez (2008) la volatilidad no solo cambia en el transcurso del tiempo, sino que además tiende a agruparse en racimos

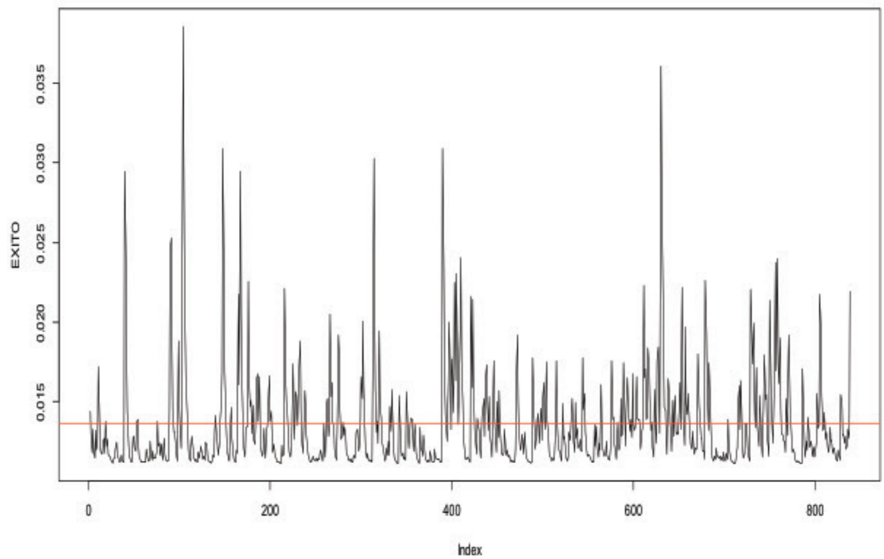



**Figura 1.** Volatilidad calculada con un GARH (1,1) vs Volatilidad Historica.

(clusters). Es decir que grandes cambios en las variables tienden a ser seguidos por grandes cambios de cualquier signo, mientras que pequeños cambios en las variables tienden a ser seguidos por pequeños cambios de cualquier signo. Este comportamiento sugiere que existe un proceso de correlación serial que es además heteroscedástico.

## 3.2. Modelos Matemáticos

***Volatilidad Constante:***

Según Navidi (2006), la desviación estándar mide el grado de dispersión de una serie. Esta constituye el promedio de las desviaciones estándar, dado que se divide por el número de datos menos uno. Este hecho deja al descubierto el problema de la desviación constante; dar a todos los datos el mismo peso dependiendo el horizonte de tiempo que es calculado. A continuación, se presenta la ecuación matemática:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\bar{X}^2}{n\text{-}1}}$$

Donde $\bar{X}$ representa la media muestral de la serie; $n$ es la cantidad de datos que hay en la serie y $X_i^2$ es el i-esimo valor de la serie al cuadrado.

***ARCH (p):***

Según Tsay (2005), la idea básica del modelo de volatilidad condicional heteroscedástica (ARCH) propuesto por Engle (1982) es que el choque $a_t$ de los retornos de un activo son serialmente incorrelacionados, pero dependientes.

La dependencia de $a_t$ puede ser descrita a través de una función cuadrática de sus valores rezagados. A continuación se presenta la especificación matemática de un modelo ARCH (p):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \alpha_2 a_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_p a_{t-p}^2$$

Definiendo $a_t=\sigma_t \epsilon t$

Donde $\alpha_0>0$; $\alpha_i\geq 0$ para i >0. Cada $\epsilon_t$ es una secuencia de variables aleatorias *independientes e idénticamente distribuidas* con media cero y varianza uno.

Como lo dicen Pérez y Grajales (2007), en términos generales dicho proceso se caracteriza por tener varias componentes para el cálculo de la volatilidad. Uno de ellos ($\alpha_0$) es un componente de mínima varianza observada, mientras que los otros componentes ($\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\ldots\alpha_p$) darán un peso a la volatilidad en periodos pasados. Cabe destacar que si la sumatoria de dichos coeficientes es cercana a uno, se dice que hay una alta persistencia de los shocks de volatilidad.

***GARCH (p,q):***

Como lo afirma Tsay (2005), Bollerslev (1986) propuso el modelo generalizado de volatilidad condicional heteroscedástica mas conocido como GARCH (p,q), este se especifica a continuación:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{s} \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Definiendo $a_t=\sigma_t \epsilon_t$

Donde $\alpha_0>0$, $\alpha_i\geq 0$, $\beta_j\geq 0$ y $\sum_{i=1}^{\max(s,m)} \alpha_i+\beta_j<1$ para i >0. Cada $\epsilon_t$ es una secuencia de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con media cero y varianza uno.

Como lo afirman Pérez y Grajales (2007), se dice que la varianza condicional heteroscedástica del proceso en el periodo *t* depende de la perturbación al cuadrado y de la varianza condicional observados en periodos pasados.

***Black-Scholes:***

Como Hull lo menciona, las formulas para los precios de una opción Call y Put europea en el tiempo cero, dado que no paga un dividendo se presenta a continuación:

$$c = S_0 N(d1) - Ke^{-rt} N(d2)$$

$$p = Ke^{-rt} N(-d2) - S_0 N(-d1)$$

Donde:

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma \quad T}$$

$$d2 = d1 - \sigma \quad T$$

Siendo:

*K*: Precio de ejercicio de la opción.

$S_0$: Precio spot del activo en el momento de la valoración.

*r*: Tasa de interés libre de riesgo.

*T*: Plazo al vencimiento.

*N*(*x*): Función de distribución de probabilidad acumulada para una normal.

$\sigma$: Volatilidad constante del activo.

$c$: Precio opción Call.

$p$: Precio opción Put.

***AIC (Criterio de Selección de Akaike):***

Según Tsay (2005) se deberá seleccionar el modelo ARCH (p) y GARCH (p,q) que minimice la siguiente función:

$$AIC = -2 \log(\mathit{maxima\ verosimilitud}) + 2k$$

Donde $k=p+q+1$ si el modelo posee un término constante o intercepto y $k=p+q$ en cualquier otro caso.

En la sección de evaluación de los mejores modelos se podrá observar que este es de suma importancia, ya que finalmente es el que denotara cual deberá ser el mejor modelo que se ajusta para replicar la volatilidad de un activo en particular.

***Simulación Rendimientos:***

El movimiento del activo fue simulado bajo un proceso estocástico, más puntualmente un movimiento browniano geométrico. El proceso que sigue el activo teniendo en cuenta que la volatilidad no será constante en el tiempo está dada (en tiempo continuo) por la siguiente ecuación:

$$ds = \mu + Sdt + \sigma_t Sdz$$

Donde $\sigma_t$ se obtiene de un modelo ARCH(p) y GARCH (p,q). Puede ser considerada también una volatilidad constante.

De manera similar la ecuación en tiempo discreto está representada por:

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma_t S \epsilon (\Delta t)^{½}$$

La componente estocástica del movimiento browniano geométrico σ_t dW_t puede ser escrita como:

$$\epsilon * \sigma_t * (\Delta t)^{½}$$

Con $\Delta t$ igual al tiempo que transcurra entre el momento t y t+1. Donde $\epsilon$ es una serie de tiempo de variables *independientes e idénticamente distribuidas*, con media cero y varianza uno. En este caso se asume que la volatilidad instantánea $\sigma_t$ de los rendimientos no es constante.

***Evaluación mejor modelo ARCH (p):***

Los cálculos y resultados fueron realizados para la serie de los rendimientos de los 6 activos. Para la selección de los modelos ARCH (p), se tuvo una iteración sobre múltiples órdenes. En el siguiente caso se evaluaron 30 modelos ARCH y posteriormente se eligió el de menor criterio de AIC. Como se puede observar en la gráfica, conforme se incrementa el orden del modelo se incrementa considerablemente el AIC y por ende se va perdiendo la validez del modelo. En la Figura 2 se presenta el gráfico de criterio AIC con respecto al orden.

***Evaluación mejor modelo GARCH (p,q):***

De manera similar que en el caso anterior, se demuestra que al trabajar con órdenes bajos en los parámetros del modelo resulta siendo la elección, dado el menor valor de AIC. En este caso puntual, para los seis activos resultaron siendo GARCH (1,1). La figura 3 denota dicha situación. En este caso en particular se consideraron 49 modelos GARCH (p,q)combinando ordenes desde el GARCH (1,1) hasta GARCH (7,7):

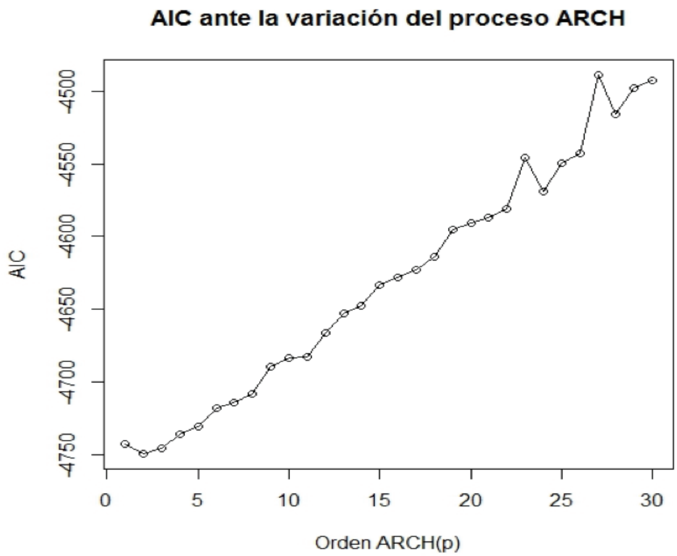



**Figura 2.** Criterio AIC, modelo ARCH

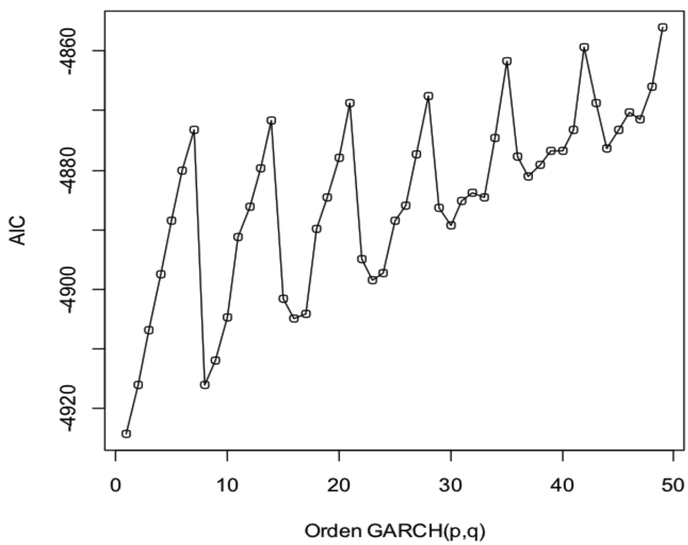



**Figura 3.** Criterio AIC, modelo GARCH

***Criterio de selección (AIC):***

En las dos siguientes tablas se presentan el AIC del mejor modelo, el pronóstico para el periodo T+1 y el orden de los modelos:

**Tabla 1.** Resultados Modelo ARCH (p).

| | AIC | σ (T+1) | Orden ARCH (p) |
|---|---|---|---|
| Activo 1 | -4749.11 | 0.01266724 | 2 |
| Activo 2 | -4516.672 | 0.01542558 | 1 |
| Activo 3 | -4823.502 | 0.01301936 | 1 |
| Activo 4 | -5124.393 | 0.01285278 | 1 |
| Activo 5 | -4754.78 | 0.02047347 | 3 |
| Activo 6 | -4844.174 | 0.0217005 | 2 |

**Tabla 1.** Resultados Modelo GARCH (p,q).

| | AIC | σ (T+1) | Orden GARCH (p,q) | |
|---|---|---|---|---|
| | | | p | q |
| Activo 1 | -4759.519 | 0.01244198 | 1 | 1 |
| Activo 2 | -4528.531 | 0.01454307 | 1 | 1 |
| Activo 3 | -4853.867 | 0.01183703 | 1 | 1 |
| Activo 4 | -5128.891 | 0.01195537 | 1 | 1 |
| Activo 5 | -4790.302 | 0.02098282 | 1 | 1 |
| Activo 6 | -4851.376 | 0.02191563 | 1 | 1 |

***Parámetros de los modelos:***

Se presentan a continuación los parámetros de los modelos ARCH y GARCH, que permiten realizar pronósticos de la volatilidad a un horizonte de tiempo. Estos serán indispensables para realizar la simulación Montecarlo, ya que no se tendrá en cuenta una volatilidad constante.

**ARCH (p):**

| | Activo 1 | Activo 2 | Activo 3 | Activo 4 | Activo 5 | Activo 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a0 | 0.000147592 | 0.000223899 | 0.000168903 | 0.000104867 | 0.000136185 | 0.000131551 |
| a1 | 0.22093008 | 0.18419519 | 0.07866169 | 0.21618267 | 0.18471463 | 0.2279466 |
| a2 | 0.0919657 | | | | 0.0402484 | 0.1007496 |
| a3 | | | | | 0.1364219 | |

**GARCH (p):**

| | INVERARGOS | CELSIA | PFBCOLOM | NUTRESA | ISA | ÉXITO |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a0 | 6.61284E-05 | 8.71097E-05 | 3.49727E-06 | 4.28472E-05 | 1.32881E-05 | 7.77815E-05 |
| a1 | 0.18989134 | 0.13260223 | 0.05272183 | 0.17537466 | 0.14892342 | 0.23537399 |
| b1 | 0.50092 | 0.5422979 | 0.9301194 | 0.5073064 | 0.8047782 | 0.3723554 |

***Valoración de opciones por Simulación Montecarlo:***

La Simulación Montecarlo es una técnica muy utilizada actualmente para la valoración de opciones, a pesar de que demanda recursos computacionales, resulta ser muy eficiente cuando se requiere variar los principales parámetros que son utilizados en la valoración.

Esto como lo citan Douglas y Vainberg es un modelo que simula las trayectorias de un activo a lo largo de la vida de una opción, utilizando un proceso estocástico para el precio del activo. Para cada una de las trayectorias del activo, se determina el valor de la opción y el promedio de cada una de estas descontado a la tasa libre de riesgo proporcionara el valor de la opción. Asimismo como lo dan a entender (Christoffersen y Jacobs 2004) esta simulación es sumamente importante y se deben de buscar el numero optimo de pasos para evitar caer en una demanda computacional desmedida.

***Black-Scholes:***

Es la metodología más utilizada para la valoración de opciones. Sin embargo como se refieren Douglas y Vainberg este modelo tiene una fuerte hipótesis en que la distribución de los retornos sigue una normal con media y varianza constante. Además, no depende de la media directamente, sin embargo ese no es el caso de la volatilidad (hecho que hace el modelo muy restringido).

# 4. Resultados

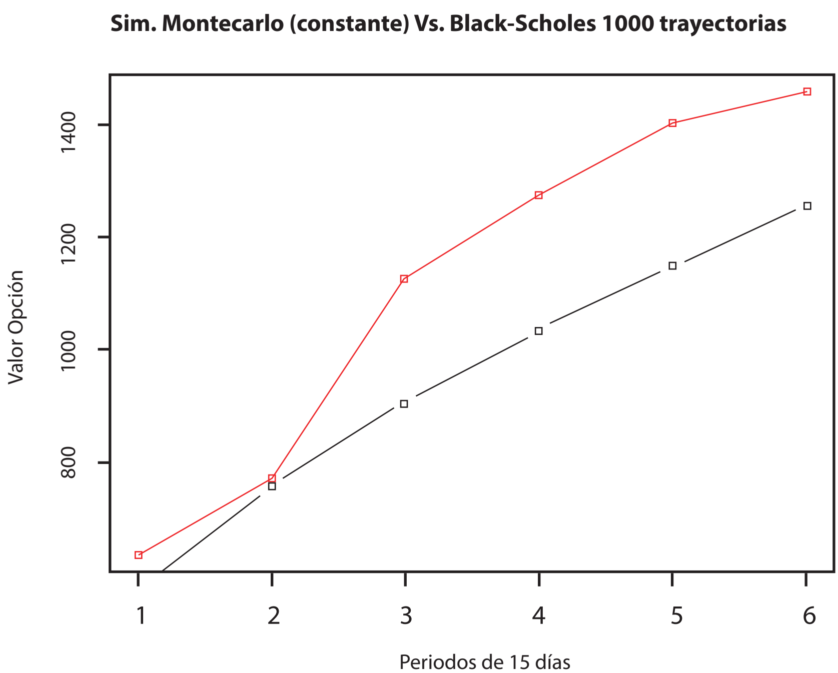



**Figura 4.** Sim Montecarlo Vs. Black-Scholes

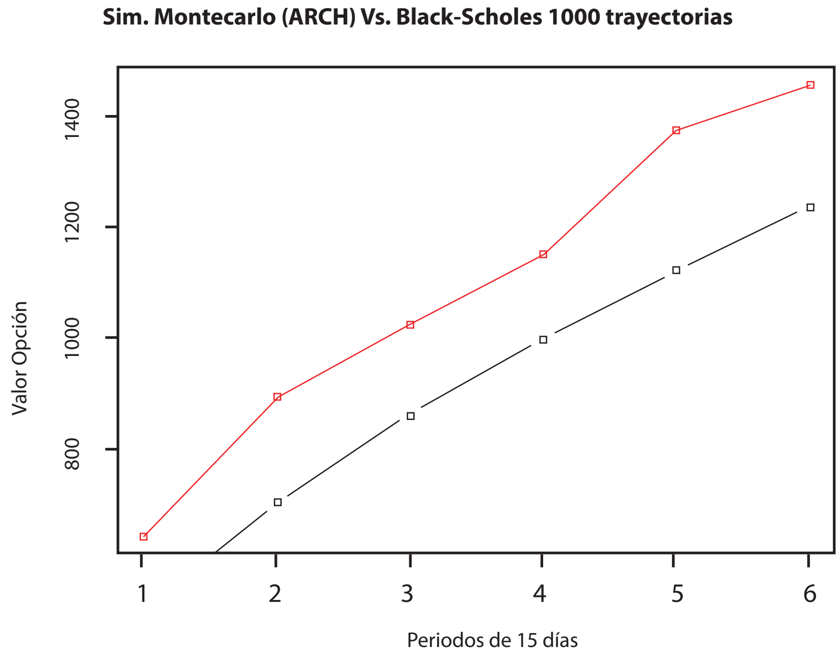



**Figura 5.** Sim. Montecarlo (ARCH) Vs. Black-Scholes

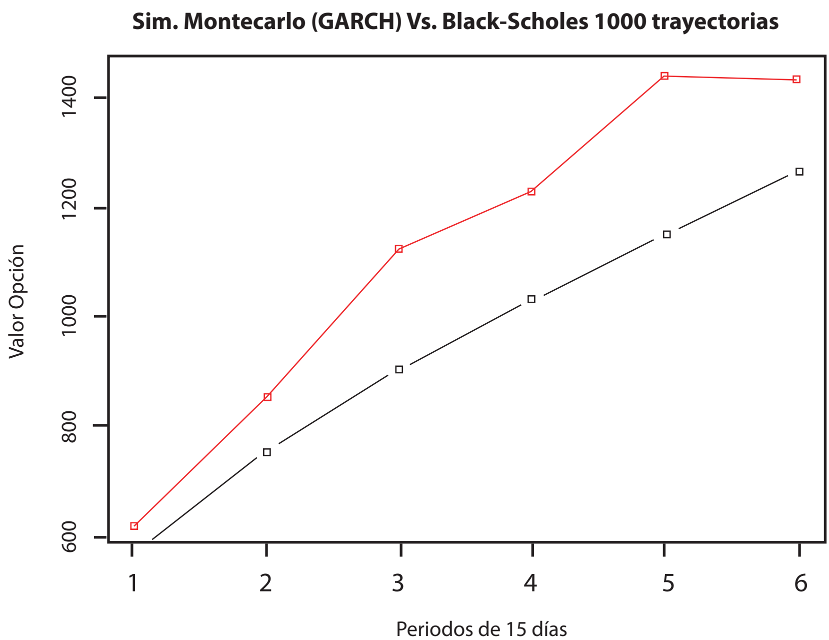



**Figura 5.** Sim. Montecarlo (GARCH) Vs. Black-Scholes

# 5. Conclusiones

- Con el trabajo actual se logro comprobar que los modelos ARCH (p) y GARCH (p,q) para el caso colombiano, presentan una parametrización de ordenes bajos. A pesar de esto, se convierten en técnicas de difícil acceso y calculo, ya que requieren un conocimiento de técnicas econométricas y demanda computacional avanzada, lo que ha hecho que estos modelos no sean muy utilizados actualmente en el mercado colombiano.

- Con respecto a los pronósticos encontrados por estos modelos, se debe de tener en cuenta que en un horizonte de tiempo determinado la volatilidad condicionada converge a la volatilidad de largo plazo calculada por cada uno de los modelos con base en los parámetros, lo que indica que no existe un 100% de certeza que la volatilidad será variable hasta el vencimiento de la opción. En este caso puntual, se encontró que aproximadamente para los modelos ARCH a partir del pronostico 25 se evidencia la convergencia, en los GARCH la convergencia se da aproximadamente desde el pronóstico 40. Se recomienda, por lo tanto valorar opciones con esta metodología cuando los plazos no son muy alejados con respecto al día de valoración.

- De otro lado, dichos métodos como lo afirma Duan (1995), dejan al descubierto una subvaloración del precio de la opción en diferentes plazos al vencimiento. Como se pudo observar en la sección de resultados, en todos los casos se presento que la persona que quisiera acceder a este instrumento debería de pagar un mayor monto por el valor de la prima de la opción que está adquiriendo. Por ende, ante la actual situación la contraparte que se encuentra en una posición corta, está dejando de percibir una prima mayor como recompensa de asumir el riesgo de ser ejercida.

- Por último, se consideran para futuros estudios, la aplicación de modelos que consideran una volatilidad asimétrica, dado que los actuales le dan el mismo peso a eventos (shocks) positivos y negativos que afectan los activos. Para este caso, sería necesario estudiar modelos EGARCH y TGARCH. Además de la comparación con Black-Scholes, se debería de considerar llevar a cabo una revisión de la volatilidad implícita del mercado frente a los resultados obtenidos de dichos modelos.

***ANEXO I:***

Análisis acciones que componen el COLCAP.

ARCH (p):

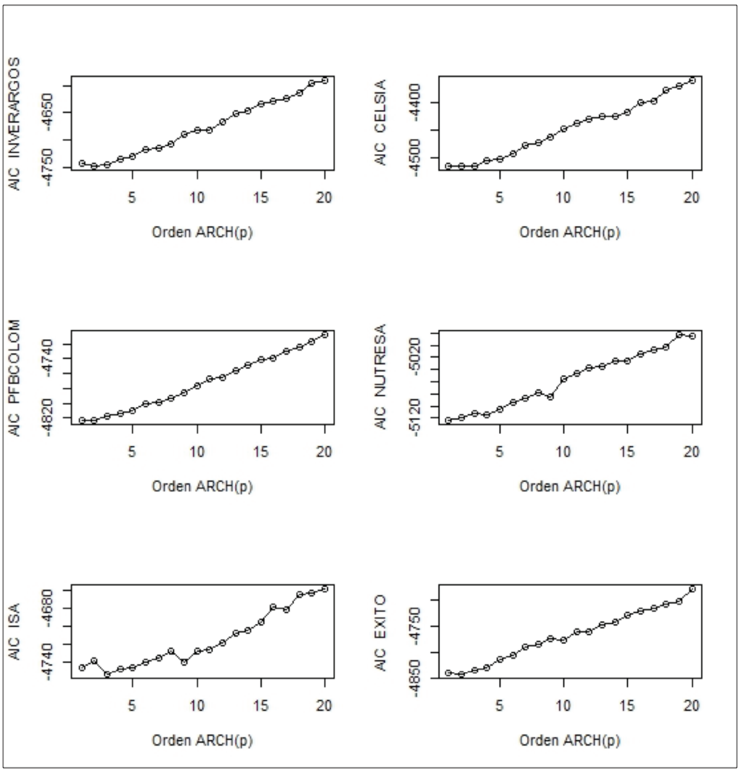
| ARCH (p): | Distribución |
|---|---|
| 1 | 25.00% |
| 2 | 25.00% |
| 3 | 18.75% |
| 4 | 6.25% |
| 5 ó más | 25.00% |

GARCH (p,q):

| GARCH (p,q): | | Distribución |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 75.00% |
| 4 | 2 | 6.3% |
| 2 | 1 | 12.5% |
| 3 | 1 | 6.3% |

***ANEXO II:***

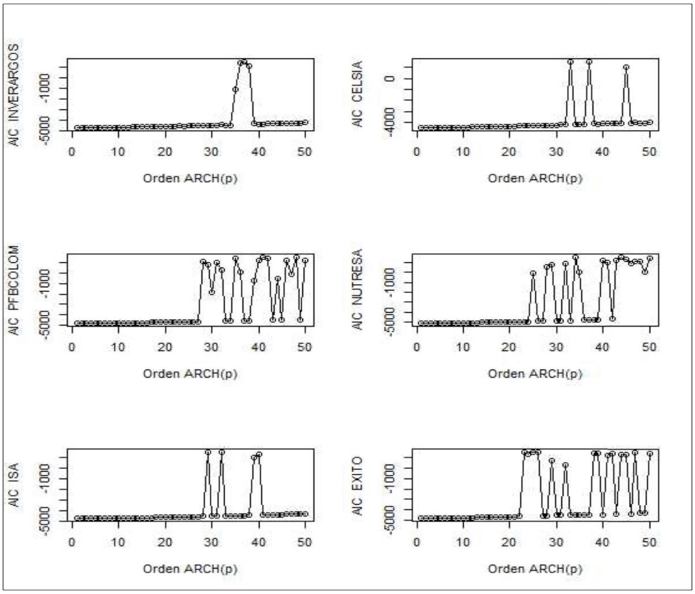
ARCH (p):



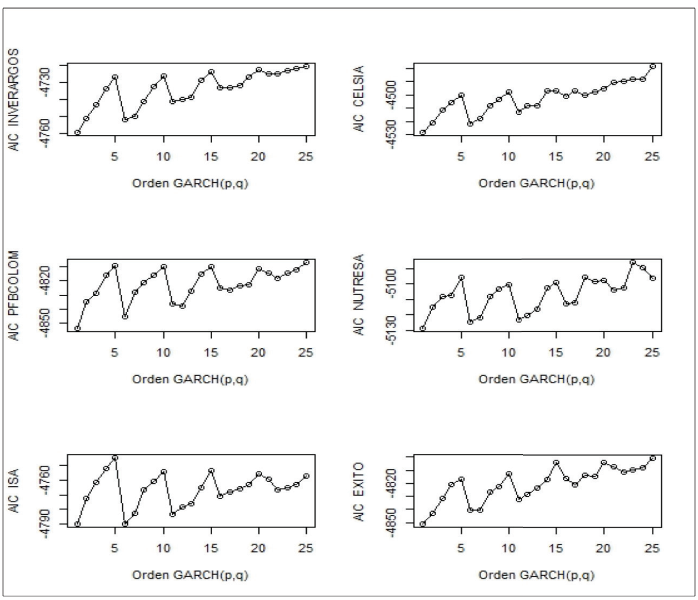

Con base en el gráfico anterior, se puede comprobar que los ajustes para órdenes altos carecen de fiabilidad (Alto AIC) y por ende todos los modelos encontrados no fueron de órdenes mayores a 3.

Asimismo se realizo un análisis exhaustivo hasta llegar a un modelo ARCH (50) y como se evidencia gráficamente, cuanto mayor es el orden del modelo, mayor es el AIC y mas erráticos los modelos de volatilidad.

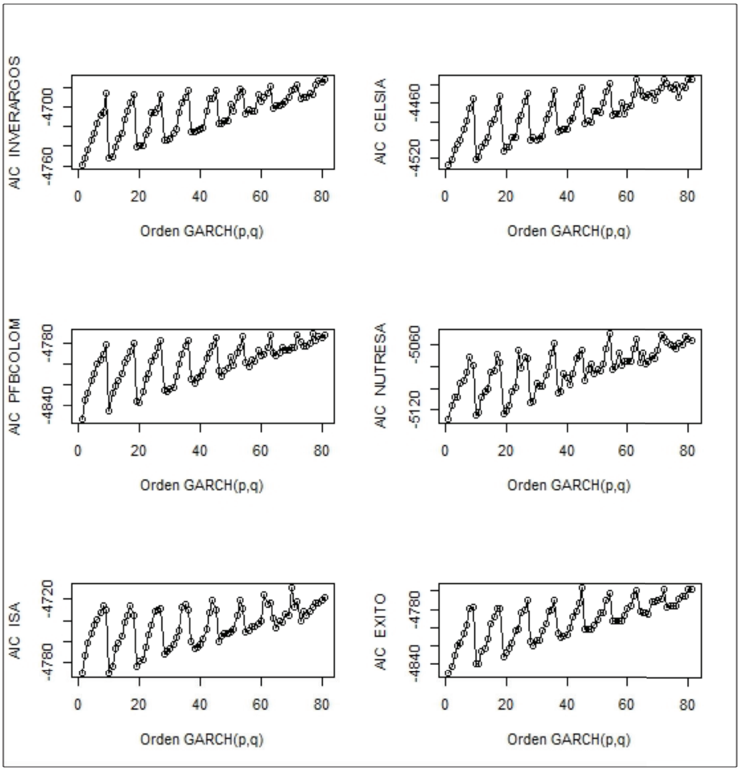
GARCH (p,q):




GARCH (p,q):




En la figura anterior, se consideraron desde un GARCH (1,1) hasta un GARCH (5,5). Resultando como mejor modelo, en todos los casos el GARCH (1,1).




En la figura anterior, se consideraron desde un GARCH (1,1) hasta un GARCH (9,9). Es evidente que existe una relación inversa entre el valor de los parámetros y la viabilidad del modelo.

## Referencias:


Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics* N. 31, pp. 307-27.

Cryer, J., Chan, K. (2008). *Time Series Analysis* 2nd ed. 2008, XIV, 491p.

Duan, J.-C. (1995). The GARCH option pricing model. *Mathematical Finance.* N 5, pp.13-32.

Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica* N. 50 pp. 987-1007.

Engle, R. F. Barone-Adesi, G., Mancini, L. (2008). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *The Review of financial studies.* N. 21 pp.1223-1258.

Grajales, C., Perez, F. O. (2007). Métodos discretos y continuos para modelar la densidad de probabilidad de la volatilidad estocástica de los rendimientos de series financieras. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*. N. 6, pp. 105-123.

Grunnichler, A., Longstaff, F. A. (1995). Valuing futures and options on volatility. *Journal of banking and finance*. N. 20 pp. 985-1001.

Gurdip, B., Charles, C., Zhiwu, C. (1997). Empirical performance of alternative option pricing models. *The Journal of finance*. N. 52 (Diciembre), pp. 2003-2049.

Hull, J. C. (2006). *Options, Futures and other derivatives* 6th edition. Pearson, Prentice Hall.

Jacobs, K Christoffersen, P. (2004). Which GARCH model for option valuation?. *Management Science*. N. 50 pp. 1204-1221.

Maya, C. (2004). Montecarlo Option Pricing. *Lecturas de Economía*. N. 61, pp. 53-70.

Maya, C. (2004). Valuation of financial assets using Montecarlo: when the world is not so normal. *Revista de Economía Universidad del Rosario* N. 7, (Junio), pp. 1-18.

Navidi, W. (2006). *Estadística para ingenieros y científicos*. McGraw-Hill Interamericana.

Perez, F.O. (2008). *Modelos ARIMA-ARCH. Algunas Aplicaciones a las series de tiempo financieras*. Universidad de Medellin.

Rouah, F., Vainberg, G. (2007). Option pricing models and volatility using Excel-VBA. Wiley Finance.

Schmitt, C. (1996). Option pricing using EGARCH models, ZEW Discussion Papers, No. 96-20.

Tsay, R. (2005): Analysis of Financial Time Series 2nd edition, Wiley Series in probability and statistics.

Uribe, J. M. Caracterización del Mercado accionario colombiano. *Borradores de Economía*, N. 456. 2007.